

# MATEMATICA

## INDIRIZZO SCIENTIFICO

### 1. Obiettivi generali del corso

Due sono le linee direttive sulle quali è stato improntato il corso di matematica: da un lato, portare gli studenti ad un sufficiente livello di dimestichezza con le tecniche di lavoro, tale da permettere loro di applicare quanto appreso; d'altro canto si è lavorato per sviluppare la capacità di elaborare le loro intuizioni e di esprimere il loro pensiero in termini formalmente corretti.

Nella prospettiva degli esami finali, particolare accento è poi stato posto sull'esercitazione pratica (svolta a partire da prove scritte di anni precedenti ed altro materiale didattico), e orale (interrogazioni e simulazioni di colloqui di maturità).

### 2. Metodologia

La metodologia usata durante il corso è stata caratterizzata da un'alternanza di momenti: a una lezione di tipo frontale, durante la quale sono state trasmesse alla classe le nozioni fondamentali su un determinato tema, hanno fatto regolarmente seguito momenti di discussione con esempi risolti collettivamente.

Gli studenti hanno inoltre beneficiato di ore di lavoro in cui poter sviluppare autonomamente le loro intuizioni, seguiti individualmente dalla docente.

Al fine di sviluppare le capacità tecniche e di applicare individualmente quanto appreso in classe, sono state proposte settimanalmente agli studenti compiti da risolvere a casa, con la possibilità di verificare successivamente la correttezza delle loro soluzioni e di chiarire in classe le eventuali difficoltà incontrate.

A partire da lunedì 16 marzo le lezioni si sono svolte in modalità a distanza.

Quale libro di testo è stato utilizzato:

M. Re Fraschini / G. Grazi: modelli matematici volume 5 edizioni Atlas

Oltre a dispense fornite dalla docente.

### 3. Valutazione

Il principale strumento di valutazione del livello di conoscenza raggiunto dagli studenti è consistito nelle prove scritte, quattro nel primo quadrimestre, preannunciate con largo

anticipo e svolte a scadenze regolari. Solo una, in presenza, nel secondo quadrimestre. Nel secondo quadrimestre sono pure state svolte interrogazioni orali a distanza.

In secondo luogo, hanno contribuito al quadro complessivo di ogni singolo studente l'impegno durante le lezioni e la partecipazione orale.

La sufficienza certifica la capacità di utilizzare correttamente le conoscenze di base acquisite in classe; per la risoluzione di determinati esercizi gli studenti hanno dovuto dimostrare di possedere la capacità di rielaborare procedimenti noti ed applicarli in nuovi contesti, ciò che è stato onorato con note più elevate. Gli errori tecnici sono stati di regola penalizzati in misura minore rispetto agli errori di ragionamento.

#### 4. Argomenti di studio

##### Limiti, funzioni continue

- Ripetizione del concetto di limite; calcolo dei limiti; forme indeterminate; limiti notevoli,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$  con dimostrazione e  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$  senza dimostrazione. Limiti riconducibili ai limiti notevoli.
- Infinitesimi, infiniti e loro confronto. Gerarchia degli infiniti.
- Definizione di funzione continua in un punto e in un intervallo, punti di discontinuità di prima, seconda e terza specie.
- Teorema di Bolzano sull'esistenza degli zeri, teorema della permanenza del segno, teorema di Weierstrass (senza dimostrazioni).
- Asintoti di una funzione (verticali, orizzontali, obliqui).

##### Derivata di una funzione e sue applicazioni

- Il rapporto incrementale, il concetto di derivata e suo significato geometrico.
- Equazione della retta tangente ad una curva ed equazione della retta normale ad una curva.
- Punti di non derivabilità (cuspidi, flessi a tangente verticale, punti angolosi)
- Continuità e derivabilità di una funzione (dimostrazione).
- Derivate di funzioni elementari; derivata di una somma, di un prodotto e di un quoziente; derivata di una funzione composta; derivata logaritmica; derivata della funzione inversa; derivata di  $f(x) = \arcsin x$ ,  $f(x) = \arccos x$  e  $f(x) = \arctan x$ ; derivate di ordine superiore.

##### Teoremi fondamentali del calcolo Differenziale

- Teorema di Rolle; Teorema di Lagrange e suo significato geometrico
- Primo e secondo teorema di De L'Hôpital; applicazione del teorema al calcolo di limiti nelle forme di indecisione:  $0/0$ ,  $\infty/\infty$ ,  $0 \cdot \infty$ ,  $\infty - \infty$ ; forme di indecisione esponenziali  $0 \cdot \infty$ ,  $\infty - \infty$ ,  $1^\infty$ ,  $\infty^0$ ,  $0^0$ .
- Derivate e la fisica.
- Differenziale.

### **Punti estremanti e punti di inflessione**

- Massimi e minimi relativi di una funzione; studio dei punti stazionari e dei punti di non derivabilità di una funzione; ricerca dei massimi e minimi assoluti.
- Problemi di massimo e minimo (Problemi di ottimizzazioni)
- Concavità e punti di flesso (derivata seconda). Flesso orizzontale, obliquo e verticale.

### **Studio di funzione**

- Studio di funzione: determinazione del dominio, eventuali simmetrie o periodicità, intersezione con gli assi, studio del segno, comportamento agli estremi del dominio e asintoti, studio della derivata prima con determinazione dei punti di non derivabilità, dei punti stazionari e degli intervalli di monotonia (funzione crescente o decrescente). Studio della derivata seconda con determinazione della concavità e dei punti di flesso.
- Grafico di una funzione. Grafico della funzione derivata.

### **Integrali indefiniti**

- Concetto di primitiva e di integrale indefinito di una funzione; integrali indefiniti immediati.
- Integrazione per sostituzione; integrazione delle funzioni che hanno come primitiva una funzione composta; integrazione delle funzioni razionali fratte; integrazione per sostituzione, integrazioni per parti.

### **Integrali definiti**

- Problema delle aree; area del trapezoide.
- Definizione e proprietà dell'integrale definito;
- Teorema della media e valor medio di una funzione.
- Funzione integrale e teorema fondamentale del calcolo integrale (Torricelli-Barrow); la formula di Newton-Leibnitz.
- Applicazione del calcolo integrale definito: calcolo dell'area della regione di piano compresa tra una curva e l'asse delle ascisse in un determinato intervallo, calcolo dell'area della regione di un piano delimitata da due o più curve.
- Calcolo del volume di un solido di rotazione.
- Calcolo della lunghezza di una curva
- Integrali impropri
- Applicazione degli integrali alla fisica

### **Equazioni differenziali**

- Equazioni differenziali del primo ordine. Equazioni differenziali a variabili separabili, omogenee e non omogenee.

**La docente**

**Sabrina Pedroni**