

MATEMATICA

1. Obiettivi generali del corso

Due sono le linee direttive sulle quali è stato improntato il corso di matematica: da un lato, portare gli studenti ad un sufficiente livello di dimestichezza con le tecniche di lavoro, tale da permettere loro di applicare quanto appreso; d'altro canto si è lavorato per sviluppare la capacità di elaborare le loro intuizioni e di esprimere il loro pensiero in termini formalmente corretti.

Con gli studenti dell'indirizzo scientifico, che hanno beneficiato di un numero maggiore di ore d'insegnamento, si è potuto ampliare il programma in due direzioni: in primo luogo sono stati approfonditi e completati gli argomenti trattati con gli altri indirizzi. Nella prospettiva degli esami finali, particolare accento è poi stato posto sull'esercitazione pratica, svolta a partire da prove scritte di anni precedenti ed altro materiale didattico; traendo spunto da questi esercizi sono stati sviluppati ulteriori argomenti.

2. Metodologia

La metodologia usata durante il corso è stata caratterizzata da un'alternanza di momenti: a una lezione di tipo frontale, durante la quale sono state trasmesse alla classe le nozioni fondamentali su un determinato tema, hanno fatto regolarmente seguito momenti di discussione con esempi risolti collettivamente.

Grazie al loro numero ridotto (nove in totale), gli studenti del corso scientifico hanno inoltre beneficiato di ore di lavoro in cui poter sviluppare autonomamente le loro intuizioni, seguiti individualmente dalla docente.

Per quanto concerne le lezioni alle quali hanno partecipato gli studenti dei due indirizzi (linguistico e scientifico) si è posta particolare attenzione al ritmo di lavoro degli studenti che non seguono l'indirizzo scientifico, cercando nel contempo di mantener vivo l'interesse di questi ultimi.

Al fine di sviluppare le capacità tecniche e di applicare individualmente quanto appreso in classe, sono state proposte settimanalmente agli studenti compiti da risolvere a casa, con la possibilità di verificare successivamente la correttezza delle loro soluzioni e di chiarire in classe le eventuali difficoltà incontrate.

Quale libro di testo è stato utilizzato:

M. Re Fraschini / G. Grazi: modelli matematici volume 5 edizioni Atlas

Agli studenti dell'indirizzo linguistico sono state fornite dispense da parte del docente.

3. Valutazione

Il principale strumento di valutazione del livello di conoscenza raggiunto dagli studenti è consistito nelle prove scritte, in numero di tre per quadrimestre, preannunciate con largo anticipo e svolte a scadenze regolari. Ulteriori compiti in classe sono stati svolti dagli studenti del corso scientifico. In secondo luogo, hanno contribuito al quadro complessivo di ogni singolo studente l'impegno durante le lezioni e la partecipazione orale.

La sufficienza certifica la capacità di utilizzare correttamente le conoscenze di base acquisite in classe; per la risoluzione di determinati esercizi gli studenti hanno dovuto dimostrare di possedere la capacità di rielaborare procedimenti noti ed applicarli in nuovi contesti, ciò che è stato onorato con note più elevate. Gli errori tecnici sono stati di regola penalizzati in misura minore rispetto agli errori di ragionamento.

4. Argomenti di studio

a) INDIRIZZO LINGUISTICO

Limiti, funzioni continue

Ripetizione del concetto di limite; calcolo dei limiti; forme indeterminate; due limiti notevoli $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ e $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$.

Definizione di funzione continua in un punto e in un intervallo, punti di discontinuità di prima, seconda e terza specie;

Asintoti di una funzione (verticali, orizzontali, obliqui)

Derivata di una funzione e sue applicazioni

Il rapporto incrementale e il concetto di derivata

Equazione della retta tangente ad una curva ed equazione della retta normale ad una curva.

Punti di non derivabilità (cuspidi, flessi a tangente verticale, punti angolosi)

Continuità e derivabilità di una funzione.

Derivate di alcune funzioni elementari; derivata di una somma, di un prodotto e di un quoziente; derivata di una funzione composta; derivate di ordine superiore.

Monotonia di una funzione; teoremi di de L'Hôpital (forme indeterminate $\frac{\infty}{\infty}$, $\frac{0}{0}$, $0 \cdot \infty$).

Punti estremanti e punti di inflessione

Massimi e minimi relativi; studio dei punti stazionari e dei punti di non derivabilità di una funzione; massimi e minimi assoluti, con alcuni semplici esempi; concavità e punti di flesso.

Studio di funzione

Studio di funzione: dominio, intersezioni con gli assi cartesiani, simmetrie, studio del segno; comportamento agli estremi del dominio e asintoti; studio della derivata prima con determinazione degli intervalli di monotonia e dei punti stazionari (estremanti), ricerca di eventuali punti di non derivabilità; studio della derivata seconda con determinazione della concavità e dei punti di flesso.

Integrali indefiniti

Concetto di primitiva e di integrale indefinito di una funzione; proprietà degli integrali indefiniti; integrali indefiniti immediati $\int dx$, $\int x^n dx$, $\int \frac{1}{x} dx$, $\int e^x dx$; integrazione per scomposizione.

Integrali definiti

Problema delle aree; definizione e proprietà dell'integrale definito; formula di Newton-Leibniz (senza dimostrazione) e calcolo dell'integrale definito; applicazione dell'integrale definito per il calcolo dell'area della regione di piano compresa tra una curva (funzioni polinomiali semplici) e l'asse delle ascisse in un determinato intervallo.

b) INDIRIZZO SCIENTIFICO

Limiti, funzioni continue

Ripetizione del concetto di limite; calcolo dei limiti; forme indeterminate; limiti notevoli $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ con dimostrazione e $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ senza dimostrazione.

Limiti riconducibili ai limiti notevoli.

Definizione di funzione continua in un punto e in un intervallo, punti di discontinuità di prima, seconda e terza specie.

Teorema di Bolzano sull'esistenza degli zeri, teorema della permanenza del segno, teorema di Weierstrass (senza dimostrazioni).

Asintoti di una funzione (verticali, orizzontali, obliqui).

Derivata di una funzione e sue applicazioni

Il rapporto incrementale e il concetto di derivata.

Equazione della retta tangente ad una curva ed equazione della retta normale ad una curva.

Punti di non derivabilità (cuspidi, flessi a tangente verticale, punti angolosi)

Continuità e derivabilità di una funzione.

Derivate di funzioni elementari; derivata di una somma, di un prodotto e di un quoziente (tutte con dimostrazione); derivata di una funzione composta; dimostrazione della derivata delle funzioni $f(x) = \sin x$ e $f(x) = a^x$; derivata logaritmica; derivata

della funzione inversa; derivata di $f(x) = \arcsin x$, $f(x) = \arccos x$ e $f(x) = \arctan x$; derivate di ordine superiore.

Teoremi fondamentali del calcolo Differenziale

Teorema di Rolle; Teorema di Lagrange e suo significato geometrico (entrambi senza dimostrazione).

Primo e secondo teorema di De L'Hôpital (senza dimostrazione); applicazione del teorema al calcolo di limiti nelle forme di indecisione: $0/0$, ∞/∞ , $0 \cdot \infty$, $\infty - \infty$; forme di indecisione esponenziali $0 \cdot \infty$, $\infty - \infty$, 1^∞ , ∞^0 , 0^0 ; infiniti ed infinitesimi, confronto fra funzione logaritmo, potenza ed esponenziale. (senza dimostrazione)

Derivate e la fisica.

Differenziale.

Punti estremanti e punti di inflessione

Massimi e minimi relativi; studio dei punti stazionari e dei punti di non derivabilità di una funzione; massimi e minimi assoluti.

Problemi di massimo e minimo.

Concavità e punti di flesso (derivata seconda)

Studio di funzione

Studio di funzione: determinazione del dominio, eventuali simmetrie o periodicità, intersezione con gli assi, studio del segno, comportamento agli estremi del dominio e asintoti, studio della derivata prima con determinazione dei punti di non derivabilità, dei punti stazionari e degli intervalli di monotonia. Studio della derivata seconda con determinazione della concavità e dei punti di flesso.

Grafico di una funzione e della sua derivata.

Integrali indefiniti

Concetto di primitiva e di integrale indefinito di una funzione; integrali indefiniti immediati.

Integrazione per scomposizione; integrazione delle funzioni che hanno come primitiva una funzione composta; integrazione delle funzioni razionali fratte; integrazione per sostituzione, integrazioni per parti.

Integrali definiti

Problema delle aree; area del trapezoide.

Definizione e proprietà dell'integrale definito;

Teorema della media e valor medio di una funzione.

Funzione integrale e teorema fondamentale del calcolo integrale (Torricelli-Barrow); la formula di Newton-Leibnitz.

Applicazione del calcolo integrale definito: calcolo dell'area della regione di piano compresa tra una curva e l'asse delle ascisse in un determinato intervallo, calcolo dell'area della regione di un piano delimitata da due curve.

Calcolo del volume di un solido di rotazione.

Equazioni differenziali del primo ordine

La docente
Sabrina Pedroni